

УДК 631.353.722

Н. А. Антонова, Ю. Е. Домашенко, С. М. Васильев

Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации, Новочеркасск,
Российская Федерация

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО СОСТАВА АЛЬТЕРНАТИВНОГО ФИЛЬТРУЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА В СИСТЕМАХ КАПЕЛЬНОГО ОРОШЕНИЯ

Цель исследований – разработка метода определения оптимального состава полимербетонного фильтрующего элемента, обеспечивающего требуемые параметры качества воды для систем капельного орошения. В ходе исследований установлено, что основными параметрами, обуславливающими процесс эффективной очистки природных вод через полимербетонный фильтрующий элемент, являются размер и количество поровых каналов, которые, в свою очередь, находятся в прямой зависимости от количества полимерного связующего. В результате исследований авторами разработана модель определения состава полимербетонного фильтрующего элемента, в основу которой положены классические положения о пористой среде, описанные в физической модели Слихтера. Модель фильтрующего элемента представлена заполнителем – фракционированными горелыми отходами горнодобывающей промышленности – и полимерным связующим. Согласно данной модели пористая среда представляет собой совокупность зерен заполнителя, принимаемых одинакового размера, сферической формы, упакованных гексагонально, т. е. каждое зерно имеет 12 точек соприкосновения с другими зернами, что обеспечивает максимальную плотность конечного материала. В свою очередь, полимерное связующее обеспечивает неподвижность скелета структуры фильтрующего элемента, образуя разветвленную сеть сквозных поровых каналов. При моделировании полимербетонной плиты внедрены следующие допущения: фракционный состав заполнителя полидисперсный; частицы принимаются правильной сферической формы; толщина пленки связующего, покрывающего частицы заполнителя, может не быть одинаковой для всех зерен; часть полимерного связующего заполняет поровые каналы, придавая им цилиндрическую форму. Разработанная модель позволяет определить требуемый объем полимерного связующего при задании диаметров частиц для обеспечения разветвленной сети сквозных поровых каналов, через которые будет происходить фильтрация природной воды для капельного орошения.

Ключевые слова: математическая модель, капельное орошение, фильтрующий элемент, пористая среда, физическая модель Слихтера, толщина пленки связующего, горелые отходы угледобывающей промышленности.

N. A. Antonova, Yu. Ye. Domashenko, S. M. Vasilyev

Russian Research Institute of Land Improvement Problems, Novochoerkassk, Russian Federation

MATHEMATICAL MODEL FOR OPTIMAL COMPOSITION OF ALTERNATIVE FILTERING ELEMENT IN DRIP IRRIGATION SYSTEMS

The aim of the research is to develop a method for determine the optimal composition of polymer-concrete filtering element (PCFE) providing required parameters of water quality

for drip irrigation. During the study it was established that the main parameters facilitating effective treatment of natural waters through PCFE were the size and number of pore canals which, by-turn, were in the direct relation to the quantity of polymer binder. As a result of the study, the authors developed the model for determine the composition of PCFE based on classical proposition of pore medium described in Slichter physical model. The model of filtering element is consisted of filler (fractionated coal combustion by-products) and polymer binder. According to the given model, pore medium represents the set of filler grains assuming to be of equal size, spherical form packed hexagonally that is each grain has 12 points of contact with other grains providing the maximum density of ultimate material. By-turn, polymer binder provides immobility of the filtering element structure forming branchy net of perforated pore canals. While modeling polymer-concrete plate, following assumptions were embedded: filler fraction composition is poly-dispersed; fractions assumed to be of a regular spherical shape; the thickness of the film of polymer binder covering filler grains may be not equal for all grains; the part of polymer binder fills pore canals giving them a cylindrical shape. The developed model enables to define required volume of polymer binder under the given diameters of particles to provide branchy net of perforated pore canals, by which the filtration of natural water for drip irrigation will occur.

Keywords: mathematical model, drip irrigation, filtering element, pore medium, Slichter physical model, thickness of binder, coal combustion by-products.

Конструктивные особенности систем капельного орошения – отсутствие постоянного движения воды в трубопроводах системы, значительная протяженность закрытой разветвленной сети трубопроводов, малые диаметры выпускных отверстий (0,3–5,0 мм) – обуславливают внедрение эффективных ресурсосберегающих и экологически безопасных технологий подготовки природных вод к использованию. Различный физико-химический состав природных вод предполагает разработку различных технических решений. Например, в случае присутствия частиц низкой плотности (глины, ила), которые склонны к агломерации, требуемая степень очистки повышается, а размер удаляемых частиц достигает 50 мкм. Наиболее распространенным методом, обеспечивающим необходимый результат, является фильтрование. Оно чаще всего реализуется на механических фильтрах с зернистой загрузкой, представленной кварцевым песком, антрацитом и другими гранулированными материалами, иногда обладающими сорбционными свойствами [1–5].

В результате многолетних исследований [1–3] установлено, что толщина слоя зернистой загрузки, представленной в качестве фильтрующего материала, должна составлять не менее 1,2 м. При этом в процессе фильт-

рации участвуют только верхние слои толщиной примерно 0,5 м. Кроме этого, применение сыпучих загрузок подразумевает обязательное наличие поддерживающих слоев. В качестве альтернативы зернистой загрузке авторами предлагается использовать полимерную плиту, выступающую в роли фильтрующей перегородки. Свойства полимербетона, изготовленного на основе горелых отходов угледобывающей промышленности, позволяют исключить недостатки гранулированной загрузки. Возможность вертикального расположения фильтрующего слоя позволяет существенно сократить площадь фильтра в плане.

Исследования по использованию полимерных материалов в сфере очистки природных вод, осуществляемой на базе полимербетонного фильтра, позволили установить высокую фильтрационную эффективность данных материалов, составляющую 80–96 %. Максимальная допустимая мутность исходной воды для обеспечения бесперебойной работы фильтра составляет 600 мг/л [4].

Основными параметрами, обуславливающими процесс эффективной очистки природных вод через полимербетонный фильтрующий элемент, являются размер и количество поровых каналов, которые, в свою очередь, находятся в прямой зависимости от количества полимерного связующего.

Определение объема полимерного связующего является важной задачей для обеспечения требуемых параметров фильтрующей перегородки. Его расчет может быть выполнен с использованием разработанной математической модели, в основу которой положена физическая модель пористой среды Слихтера [6], преобразованная для рассматриваемого материала путем введения параметра δ – толщины пленки полимерного связующего, которой покрыты все частицы заполнителя. В качестве заполнителя предлагается применять перегоревшие отходы угледобывающей промышленности.

Физическая модель Слихтера представляет пористую среду как совокупность зерен заполнителя, принимаемых одинакового размера, сфериче-

ской формы, упакованных гексагонально, т. е. каждое зерно имеет 12 точек соприкосновения с другими зернами, что обеспечивает максимальную плотность конечного материала. Геометрически очевидно, что зерна будут располагаться в шахматном порядке, стремясь заполнить пустоту, образуемую при соприкосновении частиц в одной плоскости (рисунок 1) [6–8].

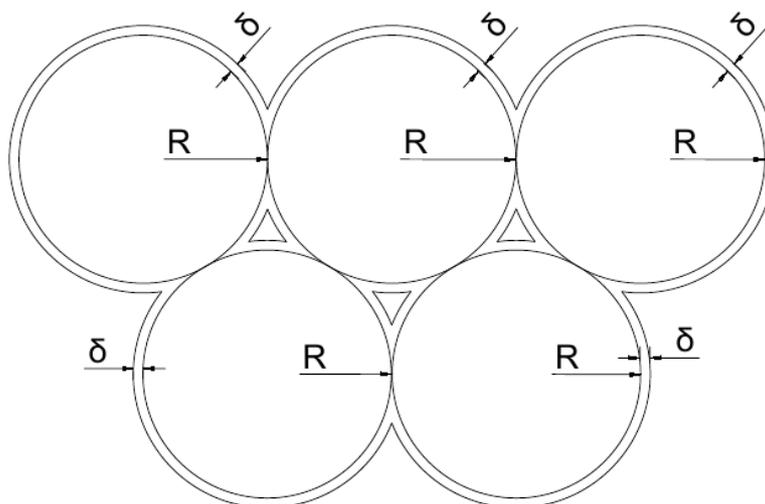


Рисунок 1 – Плоская схема расположения зерен в фильтрующем элементе

Модель фильтрующей перегородки (по аналогии с идеальной физической моделью Слихтера), состоящей из заполнителя – фракционированных горелых отходов горнодобывающей промышленности – и полимерного связующего, имеет следующие допущения:

- зерна заполнителя имеют высокую степень окатанности и правильную сферическую форму;
- фракционный состав полидисперсный, размеры частиц представлены диаметрами d_1 , d_2 , d_3 , мм, допускается случайная компоновка частиц различного размера;
- зерна заполнителя упакованы теоретически плотно (гексагонально);
- каждая частица заполнителя покрыта равномерным слоем полимерного связующего толщиной δ_1 , δ_2 , δ_3 , мм, допускается случайное сочетание толщин пленок связующего на частицах заполнителя;
- малое количество связующего выдавливается в точках контакта

сферических частиц заполнителя, обеспечивая при этом создание порового канала.

Рассмотрим треугольник $\Delta O_1O_2O_3$. В него вписан треугольник $\Delta H_1H_2H_3$, стороны которого определим по теореме косинусов (рисунок 2):

$$m_1^2 = R_1^2 + R_1^2 - 2R_1R_1 \cos \alpha_1, \quad (1)$$

$$m_2^2 = R_2^2 + R_2^2 - 2R_2R_2 \cos \alpha_2, \quad (2)$$

$$m_3^2 = R_3^2 + R_3^2 - 2R_3R_3 \cos \alpha_3, \quad (3)$$

где R – радиус частицы заполнителя, мм.

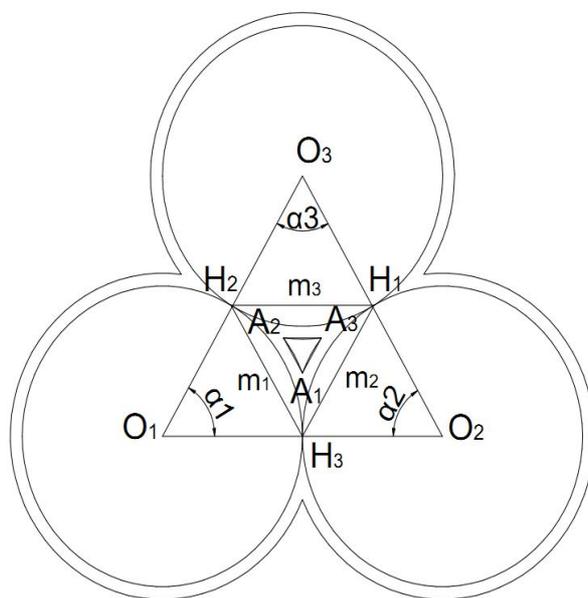


Рисунок 2 – Схема для определения сторон треугольников

Внутри треугольника $\Delta H_1H_2H_3$ находится подобный ему треугольник $\Delta A_1A_2A_3$, причем расстояния между одноименными сторонами этих треугольников будут (рисунок 3):

$$h_1 = R_1 \left(1 - \cos \frac{\alpha_1}{2} + \bar{\delta}_1 \right),$$

$$h_2 = R_2 \left(1 - \cos \frac{\alpha_2}{2} + \bar{\delta}_2 \right),$$

$$h_3 = R_3 \left(1 - \cos \frac{\alpha_3}{2} + \bar{\delta}_3 \right),$$

где $\bar{\delta}_i$ – относительная толщина пленки, мм.

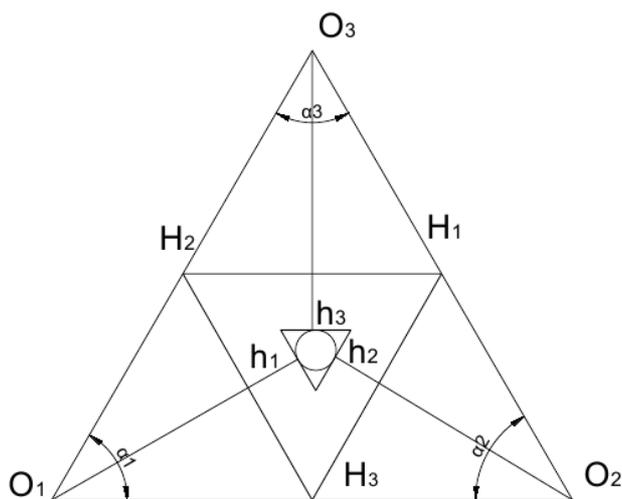


Рисунок 3 – Определение расстояний между сторонами треугольников

Относительные толщины пленок связующего, покрывающего три рассматриваемые песчинки:

$$\bar{\delta}_1 = \frac{\delta_1}{R_1}, \quad (4)$$

$$\bar{\delta}_2 = \frac{\delta_2}{R_2}, \quad (5)$$

$$\bar{\delta}_3 = \frac{\delta_3}{R_3}. \quad (6)$$

Необходимые углы рассматриваемых треугольников определим с использованием геометрических преобразований при рассмотрении вспомогательных треугольников $D_1D_2A_2$, $F_1F_2A_2$ и $M_1M_2A_3$ (рисунок 4).

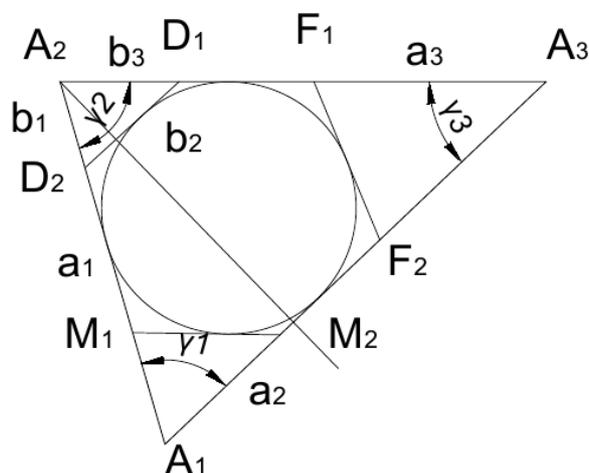


Рисунок 4 – Расположение треугольников $D_1D_2A_2$, $F_1F_2A_2$ и $M_1M_2A_3$

С одной стороны, уравнения относительно величин R_i и δ_i можно получить, рассмотрев объем связующего W_i , вытесняемого с поверхностей каждой пары соприкасающихся песчинок радиусом $R_i + \delta_i$. Вытесненный объем образует валик (заштрихованная область на рисунке 5), имеющий в поперечном сечении треугольник со стороной l и длиной h_g . Представим его в виде суммы объемов трех сферических сегментов, геометрические параметры которых известны.

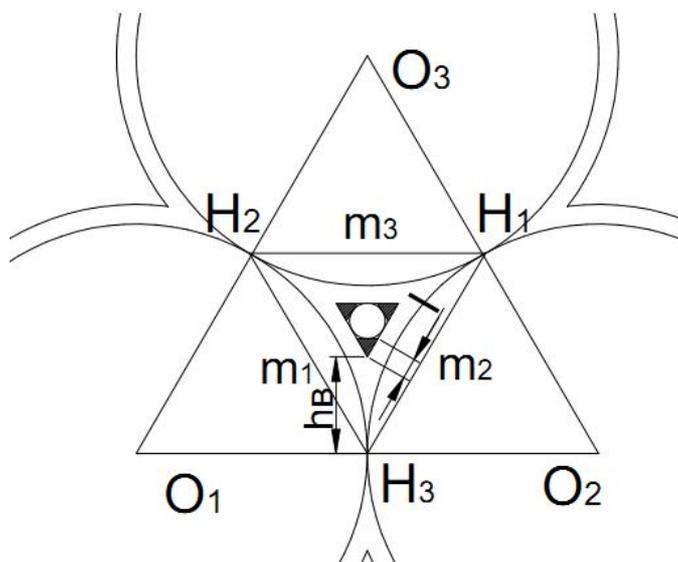


Рисунок 5 – Параметры валика, образованного вытесненным связующим

Для песчинок первого и второго типа такой объем W_i , m^3 , будет равен:

$$\begin{aligned}
 W_{1-2} = W_1 + W_2 = & \frac{1}{2} \left\{ \pi \delta_1^2 \left(R_1 + \delta_1 - \frac{1}{3} \delta_1 \right) + \pi \left(\frac{\delta_1}{2} \right)^2 \left(R_1 + \delta_1 - \frac{1}{3} \delta_1 \right) + \pi \left(\frac{\delta_1}{2} \right)^2 \left(R_1 - \frac{1}{3} \delta_1 \right) \right\} + \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \pi \delta_2^2 \left(R_2 + \delta_2 - \frac{1}{3} \delta_2 \right) + \pi \left(\frac{\delta_2}{2} \right)^2 \left(R_2 + \delta_2 - \frac{1}{3} \delta_2 \right) + \pi \left(\frac{\delta_2}{2} \right)^2 \left(R_2 - \frac{1}{3} \delta_2 \right) \right\} = \quad (7) \\
 = & \frac{\pi}{2} \left\{ \bar{\delta}_1^2 R_1^3 \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{6} \bar{\delta}_1 \right) + \bar{\delta}_2^2 R_2^3 \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{6} \bar{\delta}_2 \right) \right\},
 \end{aligned}$$

- для песчинок второго и третьего типов:

$$\begin{aligned}
 W_{2-3} = W_2 + W_3 = & \frac{1}{2} \left\{ \pi \bar{\delta}_2^2 \left(R_2 + \delta_2 - \frac{1}{3} \delta_2 \right) + \pi \left(\frac{\delta_2}{2} \right)^2 \left(R_2 + \delta_2 - \frac{1}{3} \frac{\delta_2}{2} \right) + \pi \left(\frac{\delta_2}{2} \right)^2 \left(R_2 - \frac{1}{3} \delta_2 \right) \right\} + \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \pi \bar{\delta}_3^2 \left(R_3 + \delta_3 - \frac{1}{3} \delta_3 \right) + \pi \left(\frac{\delta_3}{2} \right)^2 \left(R_3 + \delta_3 - \frac{1}{3} \frac{\delta_3}{2} \right) + \pi \left(\frac{\delta_3}{2} \right)^2 \left(R_3 - \frac{1}{3} \delta_3 \right) \right\} = \\
 = & \frac{\pi}{2} \left\{ \bar{\delta}_2^2 R_2^3 \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{6} \bar{\delta}_2 \right) + \bar{\delta}_3^2 R_3^3 \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{6} \bar{\delta}_3 \right) \right\},
 \end{aligned} \tag{8}$$

- для песчинок третьего и первого типов:

$$\begin{aligned}
 W_{1-3} = W_1 + W_3 = & \frac{1}{2} \left\{ \pi \bar{\delta}_1^2 \left(R_1 + \delta_1 - \frac{1}{3} \delta_1 \right) + \pi \left(\frac{\delta_1}{2} \right)^2 \left(R_1 + \delta_1 - \frac{1}{3} \frac{\delta_1}{2} \right) + \pi \left(\frac{\delta_1}{2} \right)^2 \left(R_1 - \frac{1}{3} \delta_1 \right) \right\} + \\
 & + \left\{ \pi \bar{\delta}_3^2 \left(R_3 + \delta_3 - \frac{1}{3} \delta_3 \right) + \pi \left(\frac{\delta_3}{2} \right)^2 \left(R_3 + \delta_3 - \frac{1}{3} \frac{\delta_3}{2} \right) + \pi \left(\frac{\delta_3}{2} \right)^2 \left(R_3 - \frac{1}{3} \delta_3 \right) \right\} = \\
 = & \frac{\pi}{2} \left\{ \bar{\delta}_1^2 R_1^3 \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{6} \bar{\delta}_1 \right) + \bar{\delta}_3^2 R_3^3 \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{6} \bar{\delta}_3 \right) \right\}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

С другой стороны, объем кольцевого валика, образуемого в случае соприкосновения песчинок разных радиусов, составляет:

$$W_{1-2} = 2 f_1 \pi S_1, \tag{10}$$

$$W_{2-3} = 2 f_2 \pi S_2, \tag{11}$$

$$W_{3-1} = 2 f_3 \pi S_3, \tag{12}$$

где f_i – радиусы сферического сегмента каждого валика, мм;

S_i – площади сечения кольца вытесненного связующего в виде треугольника, м².

Составив уравнения для нахождения радиусов и площадей сечения сферических сегментов и подставив их в уравнения (10)–(12) при совместном решении с уравнениями (7)–(9), можно получить единую систему уравнений (1)–(3) и (4)–(6). Решение полученных систем уравнений возможно только с использованием программных комплексов.

Разработанная модель позволяет определить требуемый объем полимерного связующего при задании диаметров частиц d_i для обеспечения

разветвленной сети сквозных поровых каналов, через которые будет происходить фильтрация природной воды для капельного орошения.

Производя расчеты по данным уравнениям, изменяя радиусы частиц методом подбора, необходимо прийти к такому численному значению, при котором треугольник $A_1A_2A_3$ превратится в правильный шестиугольник, вписанная окружность которого представляет собой поровый канал. Очевидно, что представленная математическая модель позволяет также решить и обратную задачу, при решении которой можно определить конечный диаметр порового канала, предварительно задавшись фракционным составом заполнителя и объемом полимерного связующего.

Список использованных источников

1 Рабинович, Г. Р. Комплектно-блочные сооружения водоснабжения и канализации / Г. Р. Рабинович, И. Ш. Свердлов // Водоснабжение и санитарная техника. – 1990. – № 4. – С. 5–7.

2 Громогласов, А. А. Водоподготовка: процессы и аппараты / А. А. Громогласов, А. С. Копылов, А. П. Пильщиков; под ред. О. И. Мартыновой. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 272 с.

3 Журба, М. Г. Водоснабжение. Проектирование систем и сооружений: в 3 т. / М. Г. Журба, Л. И. Соколов, Ж. М. Говорова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: АСВ, 2004. – 256 с.

4 Коновалов, А. В. Осветление воды на полимербетонных фильтрах: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.04 / Коновалов Анатолий Васильевич. – М., 2000. – 32 с.

5 Антонова, Н. А. Поиск путей решения проблемы повышения качества оросительной воды / Н. А. Антонова, Ю. Е. Домашенко // Инновационные пути развития агропромышленного комплекса: задачи и перспективы: всероссийский сб. науч. тр. по матер. Донской аграрной научно-практической конференции, г. Черноград, 25–26 октября 2012 г. / Секция «Роль мелиорации, лесного и водного хозяйства в развитии аграрного сектора» / ФГБОУ ВПО «АЧГАА». – Черноград, 2012. – С. 3–6.

6 Лейбензон, Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде / Л. С. Лейбензон. – М.: Ростехиздат, 1953. – 457 с.

7 Хейфец, Л. И. Многофазные процессы в пористых средах / Л. И. Хейфец, А. В. Хеймарк. – М.: Химия, 1982. – 320 с.

8 Антонова, Н. А. Математическое моделирование процесса фильтрации для систем капельного орошения / Н. А. Антонова, Ю. Е. Домашенко // Пути повышения эффективности орошаемого земледелия: сб. науч. тр. / ФГБНУ «РосНИИПМ». – Вып. 53. – Новочеркасск: РосНИИПМ, 2014. — С. 79–82.

Антонова Наталья Александровна – младший научный сотрудник, Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации, Новочеркасск, Российская Федерация.

Контактный телефон: (8635) 26-65-00.

E-mail: eva_tihck@mail.ru

Antonova Natalya Aleksandrovna – Junior Researcher, Russian Research Institute of Land Improvement Problems, Novocherkassk, Russian Federation.

Contact telephone number: (8635) 26-65-00.

E-mail: eva_tihck@mail.ru

Домашенко Юлия Евгеньевна – кандидат технических наук, начальник отдела, Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации, Новочеркасск, Российская Федерация.

Контактный телефон: (8635) 26-65-00.

E-mail: rosniipm@yandex.ru

Domashenko Yuliya Yevgenyevna – Candidate of Technical Sciences, Head of the Department, Russian Research Institute of Land Improvement Problems, Novocherkassk, Russian Federation.

Contact telephone number: (8635) 26-65-00.

E-mail: rosniipm@yandex.ru

Васильев Сергей Михайлович – доктор технических наук, доцент, заместитель директора по науке, Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации, Новочеркасск, Российская Федерация.

Контактный телефон: (8635) 26-51-11.

E-mail: rosniipm@yandex.ru

Vasilyev Sergey Mikhaylovich – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Deputy Director for Science, Russian Research Institute of Land Improvement Problems, Novocherkassk, Russian Federation.

Contact telephone number: (8635) 26-51-11.

E-mail: rosniipm@yandex.ru