

УДК 556.182

В.Г. Пряжинская

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ  
КАЧЕСТВОМ ПРИРОДНЫХ ВОД**

Обсуждается методология построения моделей выбора состава мероприятий по охране водных ресурсов, базирующаяся на системах поддержки принятия решений (СППР). Такие системы рассматривают водный объект как единое целое со всеми техническими, экономическими и другими, связанными с ними, проблемами. Они представляют собой аппарат для анализа различных проблем качества вод, принимая во внимание все формальные и неформальные рассуждения, входящие в состав планирования, проектирования и управления системами водных ресурсов. СППР управления качеством вод состоит из двух подсистем: крупных водных объектов и малых рек или отдельных предприятий. Поиск оптимальных решений сводится к выбору состава мероприятий, обеспечивающих заданное качество вод при минимальных затратах

**Ключевые слова:** моделирование, системы поддержки принятия решений, мероприятия по охране вод, речной бассейн, качество вод, управление водными ресурсами, оптимизация, загрязнение, платежи, экономический механизм.

Моделирование эколого-экономических взаимодействий в задачах интегрированного управления водными ресурсами предполагает рассмотрение поведения всех участников этого процесса. В качестве таковых рассматриваются предприятия и структуры управления, которым делегировано представление интересов населения. По существу модели управления водопользованием – это модели поддержки принятия решений властными структурами в условиях действия механизма платежей с элементами его регламентации.

Для понимания пределов возможностей разрабатываемых моделей необходимо отметить, что включение в них экономических характеристик сказывается на качестве информационного обеспечения, поскольку такие показатели, входящие в целевые функции, и ограничения большинства задач оптимизации оказываются заведомо наиболее неточной и неопределенной информацией, даже на фоне недостатка или неадекватности других данных.

К началу XXI в. в методологии выработки стратегических водохозяйственных решений произошли существенные изменения. Они коснулись практически всех сторон этой деятельности, начиная от переоценки приоритетов в водохозяйственной практике и заканчивая технологическими средствами генерации вариантов развития водохозяйственных систем (ВХС) и их технико-экономической оценки. Одним из современных инструментов обоснования долгосрочной политики и выработки рациональных решений в бассейнах рек являются системы поддержки принятия решений (СППР), которые создаются в помощь специалистам по управлению водным хозяйством и лицам, принимающим решения.

Модели управления водопользованием и оценки эколого-экономических взаимодействий в задачах интегрированного управления водными ресурсами, вклю-

чаемые в СППР, должны иметь однозначную интерпретацию и количественное выражение, опираться на систему национальной статистики и не требовать значительных затрат на сбор информации и расчеты, а также давать возможность оценки эколого-экономических показателей во временной динамике.

ВХС являются сложными техническими системами. Они функционируют в сложной природной, общественной и экономической среде, и поэтому описывающий ВХС комплекс математических моделей и их компьютерных реализаций в области водохозяйственной деятельности образует сложную программно-кибернетическую систему [1, 2].

Следует подчеркнуть, что запрограммированные действия понимаются не только в узком компьютерном смысле, но также и в том, что различные приемы выработки решений для не полностью формализуемых задач осуществляются все же по определенным “правилам”. СППР в водохозяйственной отрасли создаются и развиваются как целостные структурированные системы. Они базируются на системных представлениях, которые включают: организационное, правовое (юридическое), финансово-экономическое, технологическое, информационное, математическое, программное, проблемное обеспечение. Перечисленные виды обеспечения классифицируются по таким направлениям, как:

- отраслевое (организационная, юридическая, финансово-экономическая, кадровая компоненты);

- материально-техническое и проблемно-методическое обеспечение (проблемная, математическая, программная компоненты);

- функционально-технологическое (технологическая, методическая, информационная компоненты).

Отраслевые компоненты включают систему организаций, эксплуатирующих СППР и оснащенных для этого необходимыми техническими средствами, программным обеспечением и методическими материалами. Техническое обеспечение представляет собой совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих технических средств, предназначенных для выполнения функций СППР. Проблемно-методические компоненты – это концептуальное описание проблем и задач, математические методы их решений и соответствующие реализации в виде программных комплексов. Функционально-технологические компоненты фиксируют систему технологий с помощью различных видов документов, регламентирующих порядок эксплуатации системы, а также методов, описаний, способов получения, переработки и обмена информацией. В отдельных компонентах СППР отражаются нормативно – правовые аспекты и требования системы управления водным хозяйством.

При формализации комплексных водохозяйственных задач их разные части описываются с различной детальностью. В соответствии с этим принципом главные системные связи должны быть описаны достаточно полно согласно иерархии рассматриваемой подсистемы, а неглавные, второстепенные связи могут описываться с меньшей детальностью. Например, в задачах расчета диспетчерских правил управления водохранилищами, а также пропуска половодий и паводков водохозяйственный участок рассматривается состоящим из основного ствола реки, где расположены рассчитываемые водохранилища, и водосборного бассейна каждого участка, на котором, в свою очередь, могут быть расположены водохранилища меньшего размера. Правила управления для таких водных объектов в указанных задачах не рассматриваются. Однако влияние внутренних водоемов бассейна на боковой приток к основному стволу реки отслеживается путем использования уп-

рощенных алгоритмов, поскольку было бы неверным как игнорировать это влияние, так и чрезмерно его детализировать.

При увязке и согласовании решений отдельных подсистем учитывается многокритериальный характер выбора комплексных решений, поскольку решения одной из подсистем, в принципе, влияют на решения другой. Например, выбор водохранилища для регулирования речного стока изменяет также и экологическое состояние участка реки. Поэтому для всей ВХС, особенно такой крупной, как, например, бассейн р. Волги, нельзя говорить об общем оптимальном решении. Допустимо говорить лишь о приемлемом решении либо о совокупности частных решений для районированных частей бассейна, которые, в свою очередь, могут быть не оптимальными, а только приемлемыми. Эти приемлемые среди частных ограниченно-оптимальных решений можно назвать рациональными решениями.

Весь комплекс описанных процедур, направленных на выбор последовательности решений различных частных задач и выбор рациональных решений в рамках всей системы, образует глобальную модель функционирования СППР, на которой основана технология принятия решений. Математические модели и методы выбора комплексных водохозяйственных решений в полном их объеме все еще являются предметом исследований, хотя существуют методы увязки отдельных комплексов моделей [2].

Одним из основных системных требований к подсистемам и задачам всех уровней водохозяйственных объектов является необходимость генерации производственных функций в подсистемах [3]. Особого внимания требуют производственные функции (ПФ) в условиях неопределенности, характерной для систем водопользования, а также при обосновании деятельности по охране вод. Вид водоохраных ПФ зависит как от типа загрязняющего вещества (ЗВ), так и от типа очистного сооружения, его мощности и т.д. Эти процессы трудно поддаются формализации в региональном масштабе при полном наборе влияющих факторов. Как правило, в такой ситуации используются имеющиеся дискретные сведения по типичным технологиям очистки с последующей их интерполяцией непрерывными функциями. Целесообразным следует признать такой путь построения производственных функций, который обеспечил бы для подсистем и задач получение большого числа вариантов решений в соответствии с потенциальными требованиями ЛПР, которые отражают различные неформальные элементы в процессе поиска комплексных решений [4].

Так как полная формализация всех водохозяйственных задач в рамках компьютерных технологий недостижима, то необходимо очертить те, которые не поддаются формализации или формализуются лишь частично, и включить в СППР эвристические приемы, экспертные оценки и т.п. Таким образом, СППР в водном хозяйстве формируется как открытая система, допускающая включение в ее состав новых задач, уточнение состава и методов решения старых задач, корректировку структуры системы в целом или любой ее части. Кроме того, система должна быть динамической адаптивной системой, позволяющей отслеживать изменения природного и хозяйственного характера и показатели состояния водных ресурсов, использовать рациональные методы управления при формировании стратегии развития водного хозяйства.

Далее обсуждаются математические модели охраны вод как для речного бассейна в целом, так и для отдельных его частей. Проблема обоснования водоохраных мероприятий актуальна более 3-х десятилетий и ее решение многими исследователями базировалось на применении методов линейного, нелинейного,

динамического программирования, метода достижимых целей, аппарата потоковых моделей. Основная трудность решения соответствующих задач заключается в том, что в математике зачастую называется «проклятием большой размерности» – количество ингредиентов загрязняющих веществ (ЗВ) измеряется сотнями, как и число вариантов возможных очистных сооружений с их параметрами, число рассматриваемых створов на реке – десятками, количество предприятий, сельскохозяйственных угодий и других источников, сбрасывающих загрязненные сточные воды, – огромно. Борьба с размерностью сводилась к различным приемам агрегирования, упрощающим задачи; они применяются и в настоящей работе.

Принятие решений базируется на агрегированных оптимизационных обобщенных моделях, в которых унифицированы ограничения (по качеству воды) и целевые функции. Проблемы охраны вод здесь неизбежно описываются задачами значительной размерности при большом упрощении описания подсистем сложной эколого-экономической системы. Поэтому применяются укрупненные показатели качества воды, а также затрат на водоохранные мероприятия. Самостоятельной проблемой при формировании базы данных являются вопросы адекватного осреднения показателей, выделения частей бассейна, допускающих такое осреднение, а также учет неоднородности климатических, гидрологических, хозяйственных и иных условий. Обобщенными получаются и результаты расчетов.

Технологическая схема расчетов состоит из нескольких этапов:

- качественного анализа проблемы и обоснования подсистем, описание которых должно быть включено в математическую модель;
- схематизации речной сети и водосборной территории;
- оценки антропогенной нагрузки на водный объект;
- определения физических, гидрологических, гидрохимических, технико-экономических показателей;
- построения (или адаптации ранее разработанных) математических моделей оценки качества природных вод.

В качестве критериев оптимальности применяются минимизация капитальных и эксплуатационных затрат (при заданных ограничениях на суммарные массы сбрасываемых ЗВ либо их концентрации в выделенных створах) либо минимизация массы сбрасываемых ЗВ или их концентраций в выделенных створах при ограниченных инвестициях на очистку сбросных вод.

Автоматизированная система поддержки поиска эффективных решений по обоснованию водоохранных мероприятий содержит следующие модельные компоненты:

- территориально-водохозяйственное районирование;
- подготовку необходимой технико-экономической исходной информации (построение производственных функций);
- калибровку моделей оценки качества вод с учетом точечных и диффузных источников загрязнения;
- анализ текущего состояния качества вод (расчет концентраций загрязняющих веществ в выделенных створах) и его изменение после реализации водоохранных мероприятий (построение матрицы влияния);
- обоснование стратегии водоохранной деятельности в бассейне реки;
- предложения по размещению инвестиций в мероприятия по охране природных вод.

Внутренняя структура системы математических моделей по выбору оптимальной стратегии водоохранной деятельности в бассейне (регионе) может варьиро-

ваться в определенных пределах в зависимости от применяемых технических и программных средств накопления, передачи и обработки информации, степени изученности территории, специфики водопользования и т.п.

На рис. 1. представлен базовый вариант структуры такой системы. Блок 1 объединяет информацию по составу, объемам и режимам сбросов ЗВ. Возможные мероприятия по обработке этих сбросов систематизированы в блоке 2. При этом для каждого способа очистки сточных вод (механического, биологического, биохимического и т.п.) в разрезе учитываемых ЗВ или их групп заранее составляются производственные функции (ПФ), характеризующие, в частности, связь между затратами на проведение соответствующих мероприятий и степенью очистки ЗВ. Не останавливаясь на специфике построения ПФ, отошлем читателя к известным публикациям, обзор которых представлен, в частности, в [1].



Рис. 1. Система моделей для выбора стратегии охраны водных ресурсов

Оценка качества природных вод для неконсервативных примесей базируется на агрегированных уравнениях переноса и трансформации загрязняющих веществ и коэффициентах трансформации этих примесей. Учитывается суммарный сток ЗВ и усредненная антропогенная нагрузка за критический (обычно маловодный) период времени. Генерируются оценочные коэффициенты трансформации ЗВ на участках реки и оценивается качество природных вод (блок 4 схемы, приведенной на рис. 1). Зная качество природных вод в створах расчетных участков, можно провести сопоставление его с требованиями соответствующих стандартов, используя оценочную модель оптимизации водоохранной деятельности (блок 3). Итоговая информация этого блока содержит показатели качества воды в фиксированных створах, рекомендуемые технологии очистки, допустимые объемы сбросов ЗВ и затраты на реализацию мероприятий.

Совокупность математических моделей, представленных блоками 1 – 4 (блок 5), и образует систему поддержки принятия решений по оптимизации водоохранной деятельности. Поиск оптимальных решений здесь сводится к выбору состава мероприятий, обеспечивающих заданное качество вод при минимальных затратах.

Между тем получаемые решения далеко не всегда можно считать окончательными, поскольку они получены на основе приближенных методик и неполной информации. Во многих случаях требуется уточнить эти решения с помощью более “тонких” моделей и методик (блок 6), учитывающих нелинейность зависимостей, характеризующих качество вод, динамические связи между многими параметрами и пр. Как правило, приходится оперировать временными рядами речного стока и сбросов ЗВ, а прогноз качества воды поступает в эти модели из результатов расчетов по оценочной модели оптимизации. Работа с подобными детальными моделями позволяет уточнить и сами коэффициенты трансформации различных веществ по участкам реки (блок 7). При возникновении существенных невязок между ними и оценочными значениями коэффициентов, полученными при реализации упрощенных моделей блоков 4 и 5, целесообразно вернуться к оценочной модели оптимизации с новыми (уточненными) показателями качества природных вод. Иначе говоря, возникает итеративный процесс применения оценочных и более детальных моделей. Сходимость такого процесса требует проведения специальных исследований.

Принятие решений на уровне предприятия-водопользователя представлено моделями другой группы, в которых при различных ограничениях в условиях действия экономического механизма платы за загрязнение и мотивом их принятия оптимизируется целевая функция, включающая не только затраты на проведение мероприятия, но и изменяющиеся при этом платежи за загрязнение.

Для описания модели оптимизации водоохранной деятельности введем необходимые обозначения. Основная река разбивается на участки с последовательной их нумерацией по течению:  $r \in R$  и  $j \in J$  – нумерация видов ЗВ, а  $i \in I$  – нумерация источников сбросов ЗВ (предприятий или ВХУ), причем в пределах от  $(r-1)$ -го до  $r$ -го створа (т.е. на  $r$ -м участке) расположено подмножество  $I_r \subset I$  источников сбросов. Предполагается, что предварительно проведена специальная подготовительная вычислительная процедура, в результате которой все предприятия из подмножества  $I_r$  становятся “привязанными” к створу  $r-1$ , который служит началом  $r$ -го участка. Обозначим также через  $t \in T$  нумерацию всевозможных технологических способов очистки. При этом предполагается, что для каждого предприятия или ВХУ  $i \in I$  известны подмножества  $T_i \subset T$  допустимых

технологий очистки сточных вод, среди которых всегда присутствует “нулевая”, соответствующая существующему уровню очистки или его отсутствию.

В формулировках решаемых задач используются следующие типы концентраций ЗВ ( $\text{кг}/\text{м}^3$ ):  $c_{jr}$  –  $j$ -го ЗВ в створе  $r$ ;  $c_{jr}^0$  – «фоновое» значение концентрации  $j$ -й компоненты, которое наблюдается в створе  $r$  при отсутствии сбросов из привязанных к этому створу источников загрязнения. При этом имеется в виду не “естественная” фоновая концентрация, а некоторая варьируемая в модели величина, привязанная к участкам с номерами, меньшими  $r$ , т.е. расположенными выше него по течению. В простейшей рассматриваемой далее линейной схеме реки без притоков  $c_{jr}^0 = c_{j,r-1}$  для всех  $r > 0$ , а в верховье реки (при  $r = 0$ ) известна естественная фоновая концентрация;  $\overline{C}_j$  – предельно допустимая концентрация (ПДК)  $j$ -й компоненты либо  $\overline{C}_{jr}$  – временно согласованное ее значение в створе  $r$ , обычно назначаемое (в силу финансовых и технологических ограничений) как  $\overline{C}_{jr} > \overline{C}_j$ .

Функциональная связь между массами ( $\text{кг}/\text{сутки}$ ) сбрасываемых ЗВ и их концентрациями ( $\text{г}/\text{м}^3$ ) выражается через расходы ( $\text{м}^3/\text{сут}$ ) речного стока и сбросные расходы от источников поступления сточных вод. При этом используются следующие обозначения:

-  $Q_r$  – речной сток в створе  $r$ ;  $q_i$  – сбросной расход от  $i$ -го источника ЗВ;

-  $\tilde{q}_r$  – суммарный поток сбросных вод от источников ЗВ в створе  $r$ , причем величина  $\tilde{q}_r = \sum_{i \in I_r} q_i$  определяется удельными расходами воды в производственных процессах и массами сброса веществ;

-  $m_{ijt}$  – масса  $j$ -го ЗВ, сбрасываемая  $i$ -м предприятием в водный объект при применении  $t$ -й технологии очистки стоков;

-  $m_{ij}^* = \min_{t \in T_i} m_{ijt}$  – масса минимально возможного сброса  $j$ -го ЗВ из  $i$ -го источника, соответствующая технологии очистки с максимальными затратами  $S_i^* = \max_{t \in T_i} S_{it}$ , где  $S_{it}$  – приведенные затраты на реализацию  $t$ -й технологии очистки на  $i$ -м предприятии, причем  $S_{it} = E_{it} + e \cdot K_{it}$ , где  $K_{it}$ ,  $E_{it}$  – соответственно капитальные и эксплуатационные затраты,  $e$  – нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений.

Воздействие ЗВ на качество воды в водном объекте на  $r$ -м участке определяется величинами сбросов предприятий, “привязанных” к этому участку, т.е. предприятий  $i \in I_r$ , а также возможностями самоочищения реки на данном участке, которые характеризуются коэффициентами  $\Theta_{jr}$  трансформации ЗВ. Для БПК, фосфора, растворенного кислорода и некоторых других примесей решения уравнений типа Стритера – Фелпса имеют вид  $\exp(-k_j \cdot \tau_r)$ , а величины  $\Theta_{jr}$  вычисляются из соотношения

$$\Theta_{jr} = \frac{\exp(-k_j \cdot \tau_r)}{Q_r + \tilde{q}_r}, \quad \tau_r = \frac{L_r}{v_r}, \quad (1)$$

где  $k_j$  (сут<sup>-1</sup>) – скорость разложения  $j$ -го ЗВ;  $\tau_r$  (сут) – время движения речного потока на  $r$ -м участке;  $L_r$  (км) – протяженность  $r$ -го участка реки;  $v_r$  (км/сут) – средняя скорость течения на  $r$ -м участке.

На каждом из отдельных предприятий может быть реализована какая-либо одна из допустимых технологий очистки  $t \in T_i$ . Отражение этого факта в описываемых моделях происходит посредством введения целочисленных независимо варьируемых переменных  $x_{it}$ ,  $i \in I$ ,  $t \in T_i$ , где

$$\text{для всех } i \in I \quad \sum_{t \in T_i} x_{it} = 1, \quad x_{it} = \begin{cases} 0, \\ 1. \end{cases} \quad (2)$$

При этом суммарные массы сбросов  $j$ -го ЗВ в пределах  $r$ -го участка составят

$$M_{jr} = \sum_{i \in I_r} \sum_{t \in T_i} (m_{ijt} x_{it}),$$

а в пределах всего бассейна

$$M_j = \sum_r M_{jr} \leq \overline{M}_j, \quad j \in J, r \in R.$$

Если на каждом предприятии или группе однотипных предприятий может быть реализована лучшая доступная технология очистки сточных вод, то для такой стратегии

$$c_{jr} = c_{jr}^0 + \sum_{i \in I_r} (m_{ij}^* \cdot \Theta_{ir}), \quad j \in J, r \in R, \quad (3)$$

где для всех  $i \in I_r$  задана наилучшая технология  $t^* \in T_i$  очистки сточных вод, при которой достигаются минимальные сбросы ЗВ  $m_{ijt} = m_{ij}^*$ . При этом суммарные затраты на водоохранную деятельность  $S = \sum_{i \in I} S_i^*$  достигают максимума (поскольку

они представляют собой монотонно возрастающую функцию от глубины очистки), а суммарные сбросы ЗВ – минимума:

$$M_{jr} = \sum_{i \in I_r} m_{ij}^*, \quad M_j = \sum_{i \in I} m_{ij}^*, \quad j \in J, r \in R. \quad (4)$$

Таким образом, использование лучших доступных технологий очистки при максимальной их стоимости гарантирует достижение наилучшего качества природных вод. Следует отметить, что подобная стратегия проста для реализации, поскольку все, что необходимо сделать ЛПР – это проконтролировать, чтобы каждый источник сбросов ЗВ реализовал рекомендованный тип их обработки. Тем не менее, такая стратегия выбора «самой лучшей» технологии обычно стоит значительно дороже, чем иные, менее глубокие способы очистки. При этом нет гарантии того, что в результате будет достигнуто приемлемое качество природных вод, т.е. могут не выполняться ограничения вида  $c_{jr} \leq \overline{C}_j$ , или  $c_{jr} \leq \overline{C}_{jr}$ . Здесь, однако, заведомо ясно, что в такой ситуации никакая иная технология очистки сточных вод не снимает проблему ограничений по качеству воды в водном объекте. Поэтому соответствующее решение следует искать уже вне модели посредством ликвидации или перепрофилирования некоторых предприятий либо путем изменения технологических циклов водопользования.



При поиске путей сокращения сбросов ЗВ предприятиями до достижения ими индивидуально заданных показателей качества природных вод стратегия охраны вод формулируется в виде задачи оптимизации с критерием минимизации суммарных приведенных затрат на водоохранную деятельность при условиях достижения комплекса заданных стандартов качества воды. В формулировку задачи при необходимости также вводятся ограничения на концентрации и на массы сбросов ЗВ. Тогда с учетом условий целочисленности (2) задача имеет вид

$$S = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T_i} (S_{it} \cdot x_{it}) \rightarrow \min ; \quad (5)$$

$$c_{jr} = c_{jr}^0 + \sum_{i \in I_r} \sum_{t \in T_i} (m_{ijt} \cdot \Theta_{ir} \cdot x_{it}) \leq \overline{C}_{jr}, \quad j \in J, \quad r \in R; \quad (6)$$

$$M_{jr} = \sum_{i \in I_r} \sum_{t \in T_i} (m_{ijt} x_{it}) \leq \overline{M}_{jr}, \quad M_j = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T_i} (m_{ijt} x_{it}) \leq \overline{M}_j, \quad j \in J, r \in R. \quad (7)$$

Отметим, что для растворенного кислорода неравенства (6) и (7) имеют обратный знак.

Если задача планирования водоохранной деятельности решается не для отдельных предприятий, а для ВХУ или административных единиц (например, областей в бассейне крупной реки), то после несущественной модификации может использоваться сформулированная модель (1) – (7). При этом  $i$  будет обозначать ВХУ или административную единицу, показатель  $x_{it}$  – долю степени очистки типа  $t$ , а не конкретный вид очистного сооружения и, следовательно, будут отсутствовать условия целочисленности  $x_{it}$ . В результате изменяется тип модели оптимизации: она становится обычной задачей ЛП. Для бассейна р. Волги реализована именно такая постановка задачи с соответствующей детализацией.

Альтернативой задаче (1) – (7) может служить ее модификация с экологическим критерием. При этом вместо функционала (5) строится целевая функция на базе левых частей неравенств (6) вида

$$\sum_{j \in J} \sum_{r \in R} \frac{1}{C_{jr}} \cdot \left[ c_{jr}^0 + \sum_{i \in I_r} \sum_{t \in T_i} (m_{ijt} \cdot \Theta_{ir} \cdot x_{it}) \right] \rightarrow \min . \quad (8)$$

Ограничениями служат соотношения (1), (2) и условия на суммарные капитальные затраты  $S_r$  по участкам и  $S$  в целом по бассейну реки:

$$S_r = \sum_{i \in I_r} \sum_{t \in T_i} S_{it} \leq \overline{S}_r, \quad r \in R; \quad S = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T_i} S_{it} \leq \overline{S}. \quad (9)$$

Если для различных видов ЗВ и для разных участков неодинакова значимость нарушения предельных концентраций  $\overline{C}_{jr}$ , то в формуле (8) вместо сомножителей

$\frac{1}{C_{jr}}$  целесообразно использовать сомножители вида  $\frac{\alpha_{jr}}{C_{jr}}$ , где  $\alpha_{jr}$  – специ-

альным образом назначаемые коэффициенты значимости. Целочисленность переменных  $x_{it}$  обуславливает необходимость привлечения специальных методов дискретной линейной оптимизации. Если финансирование водоохранной деятельности базируется на использовании платежей за водные ресурсы и сбросы сточных вод, а также других экономических и административных механизмах, то

практически это требует совершенствования тарифов платы за воду и платежей за загрязнение, а также методов экономического стимулирования. Применение экономических механизмов может значительно уменьшить затраты на достижение определенных стандартов качества природных вод. Кроме того, переход от централизованного планирования к свободному рынку увеличивает значимость экономических методов и важно уметь их оценивать и применять в практической деятельности. Наконец, ЛПР и правительственные органы рассматривают различные тарифы, платежи и штрафы как важный потенциальный источник дохода государства, который может быть использован как для реализации проектов улучшения окружающей среды, так и для общих нужд. Улучшение качества воды является следствием (прямым или косвенным) правительственной политики при определении соотношения затрат на охрану природной среды и прочие нужды.

В целом, не существует особых гарантий повышения эффективности водоохранной деятельности за счет использования только экономических механизмов. Более того, последние не исключают традиционного планирования стратегии улучшения качества природных вод. Экономические механизмы могут быть важным компонентом таких планов, позволяя повысить рентабельность водоохраных мероприятий [2].

Простейший способ отражения в математических моделях экономических механизмов – это введение в целевую функцию штрафных платежей. Тогда задача оптимизации водоохранной деятельности формулируется в виде

$$\hat{S} = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T_i} (S_{it} \cdot x_{it}) + \sum_{r \in R} \sum_{j \in J} (\Delta c_{jr} \cdot p_{jr}) \rightarrow \min \quad (10)$$

при ограничениях (1), (2), (7), (9), а также при

$$c_{jr} = c_{jr}^0 + \sum_{i \in I_r} \sum_{t \in T_i} (m_{ijt} \cdot \Theta_{ir} \cdot x_{it}), \quad \Delta c_{jr} = \max(0; c_{jr} - \overline{C}_j); \quad j \in J, r \in R; \quad (11)$$

$$c_{jr} + \Delta c_{jr} \leq \overline{C}_j, \quad (12)$$

где  $\Delta c_{jr}$  – возможное нарушение норматива ПДК (величины  $\overline{C}_j$ ) по  $j$ -му ЗВ в створе  $r$ . Такое нарушение допустимо только в пределах временно согласованных значений  $\overline{C}_j$  и за такое нарушение взимается штраф, пропорциональный величине  $\Delta c_{jr}$  нарушения заданного норматива качества воды со штрафным коэффициентом  $p_{jr}$ .

Заметим, что в настоящем контексте эти условные штрафы не являются экономическими или финансовыми показателями. Они могут иметь региональный характер, назначаться для каждой выделенной зоны и увеличиваться по мере отклонения от стандарта. Значения  $p_{jr}$  определяются, скорее всего, эмпирически, в соответствии с предпочтениями ЛПР и результатами расчетов по моделям. В частности, их значения могут увязываться с бюджетными ограничениями, чтобы найти компромисс между качеством природных вод и расходами на проведение соответствующих мероприятий. Все приведенные выше модели допускают разнообразные модификации и расширения.

Анализ представленных моделей показывает, что базовый вариант внутренней структуры системы математических моделей по выбору оптимальной стратегии водоохранной деятельности в бассейне реки в общем случае может включать в себя:

- модели механизмов управления водопользованием;
- целевые функции сторон – участников процесса;
- производственные функции различных видов водоохраной деятельности, учитывающие связь затрат на очистку со степенью очистки ЗВ.

Технология конструирования и анализа подобного типа моделей хорошо известна и многократно применялась при анализе использования природных ресурсов. На практике дорогостоящей частью применяемых математических моделей является не только их разработка и программная реализация, но и сбор и организация необходимых исходных данных. Тем не менее, экономия средств на водоохранную деятельность за счет оптимизации распределения капитальных вложений во времени и между водопользователями может быть значительной.

Сформулированные модели по оптимизации способов очистки сточных вод от точечных источников загрязнения апробированы для бассейна р. Волги [5]. Во многих городах Волжского бассейна значительная часть сточных вод сбрасывается без очистки из-за недостаточной мощности общегородских и локальных очистных сооружений, их перегрузки и низкой эффективности. Проведенные еще в 1990-х годах исследования показали, что ни одно из эксплуатируемых городских сооружений и ни одна из локальных станций очистки не в состоянии обеспечить предельно допустимые или временно согласованные сбросы сточных вод. Многие предприятия имеют отсталую, затратную по ресурсам, неэкономичную и экологически вредную технологию производства, что вызывает образование значительных объемов газообразных, твердых и жидких отходов. Бассейновое моделирование является важным инструментом для оценки качества вод и управления водными ресурсами.

Для бассейна Волги применим весь комплекс сформулированных ранее моделей. Однако на разных уровнях принятия решений используются различные математические модели. Так, для бассейна в целом рассматривалось 29 крупных водохозяйственных участков. Была разработана и реализована модель линейного программирования. Результаты расчетов позволили установить приоритеты инвестирования водоохранной деятельности на отдельных водохозяйственных участках (ВХУ) в бассейне, которые соответствовали качественному анализу формирования антропогенной нагрузки, поступающей в водотоки р. Волги от отдельных субъектов РФ на соответствующих участках.

Для сравнительно небольших притоков II-го, III-го порядка на речной сети выделяются однородные гидролого-водохозяйственные участки, а в оптимизационную модель включаются характеристики крупных загрязняющих производств, их сбросных вод и способов очистки. Обоснование типов очистных сооружений на этих предприятиях базируется на моделях частично-целочисленного программирования. Подобная модель была реализована для условий бассейна р. Прони (правый приток р. Оки) [6].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Пряжнинская В.Г., Ярошевский Д.М., Левит-Гуревич Л.К.* Компьютерное моделирование в управлении водными ресурсами. М.: ИВП РАН, Физматлит, 2002. 493 с.
2. *Левит-Гуревич Л.К.* Основные положения перспективного планирования и систем принятия решений // Обоснование стратегий управления водными ресурсами. М.: Научный мир, 2006. С. 66 – 77.
3. *Данилов-Данильян В.И., Хранович И.Л.* Производственные функции в условиях неопределенности // Экономика и математические методы. 2007. Т. 43. № 1. С. 16 – 26.

4. *Пряжинская В.Г., Левит-Гуревич Л.К.* Концепция планирования водоохраной деятельности // Обоснование стратегий управления водными ресурсами. М.: Научный мир, 2006. С. 206 – 217.
5. *Пряжинская В.Г.* Планирование водоохраных мероприятий в бассейне р. Волги. // Обоснование стратегий управления водными ресурсами. М.: Научный мир, 2006. С. 235 – 246.
6. *Пряжинская В.Г.* Современные методы управления качеством речных вод урбанизированных территорий // Водные ресурсы. 1996. Т. 23. № 2. С. 168 – 176.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ:

**ПРЯЖИНСКАЯ Валентина Гавриловна** – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Института водных проблем РАН, заслуженный деятель науки РФ, академик Российской экологической академии. E-mail: 1356011@mail.ru

Статья принята в печать 20.04.2009 г.